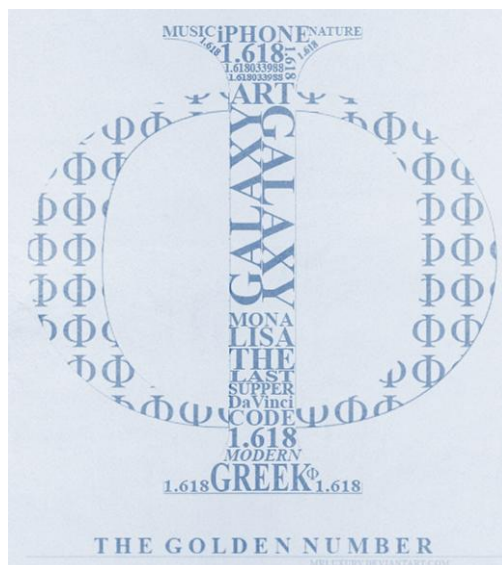




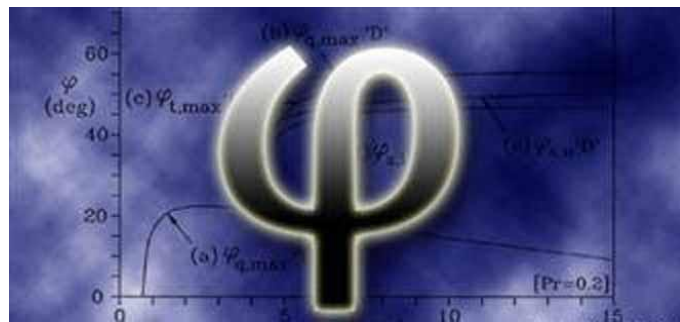
Η Χρυσή Αναλογία στην Φύση και στην Τέχνη

Ερευνητική εργασία Β' Λυκείου

Υπεύθυνος Καθηγητής: Κώτσου Αθ. ΠΕ03

Περιεχόμενα

<u>Θέμα - Ομάδες εργασίας</u>	<u>σελ.3</u>
<u>Τι είναι Χρυσή Τομή (ο αριθμός φ)</u>	<u>σελ.4</u>
<u>Ακολουθία Fibonacci</u>	<u>σελ.6</u>
<u>Η Χρυσή αναλογία στην Αρχιτεκτονική.</u>	<u>σελ.9</u>
<u>Η Χρυσή αναλογία στην Γλυπτική.</u>	<u>σελ.14</u>
<u>Η Χρυσή αναλογία στη Ζωγραφική -Φωτογραφία.</u>	<u>σελ.16</u>
<u>Η Χρυσή αναλογία στην Μουσική.</u>	<u>σελ.18</u>
<u>Η Χρυσή αναλογία στη φύση</u>	<u>σελ.24</u>
<u>Η Χρυσή αναλογία ανθρώπινο Σώμα</u>	<u>σελ.27</u>
<u>Βιβλιογραφία.</u>	<u>σελ.31</u>



Θέμα : Η Χρυσή Τομή στην Φύση και στη Τέχνη.

Υπεύθυνος Καθηγητής: Κώτσου Αθανάσιος ΠΕ03

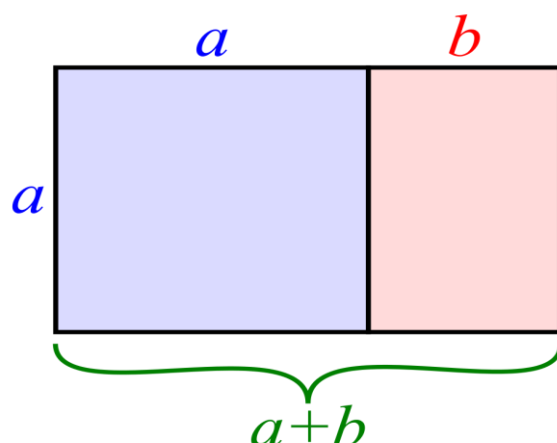
Θέματα Ομάδων Εργασίας:

• 1^η Τι είναι Χρυσή Τομή (ο αριθμός φ) 1. Λούλος Λεονάρδος 2. Μαγκκλάρας Δημήτρης 3. Μαμούρης Λάμπρος	• 2^η Ακολουθία Fibonacci. 1. Μοιραναίου Δήμητρα 2. Παναγιωτάκη Βιβή 3. Παπλωματά Ελένη
• 3^η Η Χρυσή αναλογία στην Αρχιτεκτονική. 1. Ρούλιας Κων/νος 2. Πιπέρης Ιάκωβος 3. Στεφάνου Δήμητρα.	• 4^η Η Χρυσή αναλογία στην Γλυπτική. 1. Παπαλάμπρος Κων/νος 2. Στάμος Βασίλης 3. Χατζηβασιλείου Γιάννης
• 5^η Η Χρυσή αναλογία στη Ζωγραφική 1. Πάνου Γεωργία 2. Σφυρή Δήμητρα 3. Φλώρου Μαρία Ιωάννα	• 6^η Η Χρυσή αναλογία στην Μουσική. 1. Μάμλι Δήμητρα 2. Μαστροθανάση Χρύσα 3. Μπόγδανου Περσεφόνη.
• 7^η Η Χρυσή αναλογία στη φύση 1. Καλαντζής Ιωάννης 2. Καλομοίρης Γιώργος 3. Κοσμίδης Κοσμάς Κων/νος.	• 8^η Η Χρυσή αναλογία ανθρώπινο Σώμα 1. Πατσούκου Πόπη 2. Τόλιας Λουκάς 3. Σωτήρχος Κων/νος.

ΧΡΥΣΗ ΤΟΜΗ

Στα μαθηματικά και την τέχνη, δύο ποσότητες έχουν αναλογία χρυσής τομής, αν ο λόγος του αθροίσματος τους προς τη μεγαλύτερη ποσότητα είναι ίσος με το λόγο της μεγαλύτερης ποσότητας προς τη μικρότερη.

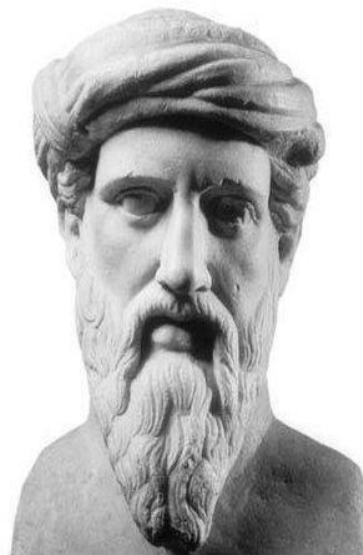
Η χρυσή τομή αναφέρεται επίσης και ως χρυσός λόγος ή χρυσός κανόνας. Πολλοί καλλιτέχνες και αρχιτέκτονες του 20ού αιώνα προσαρμόσαν τα έργα τους ώστε να προσεγγίζουν τη χρυσή αναλογία ιδίως στη μορφή του χρυσού ορθογωνίου παραλληλογράμμου, στο οποίο ο λόγος της μεγαλύτερης πλευράς προς τη μικρότερη είναι η χρυσή τομή πιστεύοντας ότι αυτή η αναλογία είναι αισθητικά ευχάριστη. Οι μαθηματικοί από την εποχή του Ευκλείδη μέχρι σήμερα έχουν μελετήσει τις ιδιότητες της χρυσής τομής, συμπεριλαμβανομένης της εμφάνισής της στις διαστάσεις ενός κανονικού πενταγώνου και ενός χρυσού ορθογωνίου παραλληλογράμμου, το οποίο μπορεί να χωριστεί σε ένα τετράγωνο και ένα παρόμοιο παραλληλόγραμμο με τον ίδιο λόγο πλευρών όπως το αρχικό. Η χρυσή τομή έχει χρησιμοποιηθεί επίσης για την ανάλυση των αναλογιών φυσικών αντικειμένων καθώς και τεχνητών συστημάτων όπως οι οικονομικές αγορές.



ΙΣΤΟΡΙΑ

Η χρυσή τομή συνεπαίρνει Δυτικούς διανοούμενους ποικίλων ενδιαφερόντων για τουλάχιστον 2.400 χρόνια. Οι Αρχαίοι Έλληνες μαθηματικοί πρώτοι μελέτησαν αυτό που τώρα ονομάζουμε χρυσή τομή γιατί εμφανιζόταν συχνά στη γεωμετρία. Η διαίρεση ενός τμήματος σε άκρο και μέσο λόγο (εξ ου και η χρυσή τομή) είναι σημαντική στη γεωμετρία των πενταγράμμων και πενταγώνων. Η αντίληψη αυτή αποδίδεται συνήθως στον Πυθαγόρα και τους

ακολουθούς του και λέγεται ότι η σχετική θεωρία διατυπώθηκε για πρώτη φορά από την πυθαγόρεια φιλόσοφο Θεανώ. Ο χρυσός λόγος ήταν γνωστός





στους Πυθαγόρειους. Στο μυστικό τους σύμβολο, την πεντάλφα, ο χρυσός λόγος εμφανίζεται στις πλευρές τους αστεριού καθώς και στο πηλίκο του εμβαδού του κανονικού πενταγώνου με κορυφές τις άκρες της πεντάλφα προς το εμβαδόν του κανονικού πενταγώνου που σχηματίζεται εντός του αστεριού.

Ο Ευκλείδης παραθέτει μια για το χώρισμα της γραμμής σε άκρο και μέσο λόγο. Σε όλα τα

Στοιχεία αρκετές προτάσεις και οι αποδείξεις τους εμπεριέχουν τον χρυσό λόγο. Από τον 20ό αιώνα, η χρυσή τομή παριστάνεται με τον ελληνικό γράμμα Φ ή φ (φ, από το αρχικό γράμμα του γλύπτη Φειδία ο οποίος λέγεται ότι ήταν από τους πρώτους που τον χρησιμοποίησε στα έργα του) και πιο σπάνια από το τ το αρχικό γράμμα της λέξης τομή.



$$\frac{AB}{AG} = \frac{AG}{GB} = \varphi$$

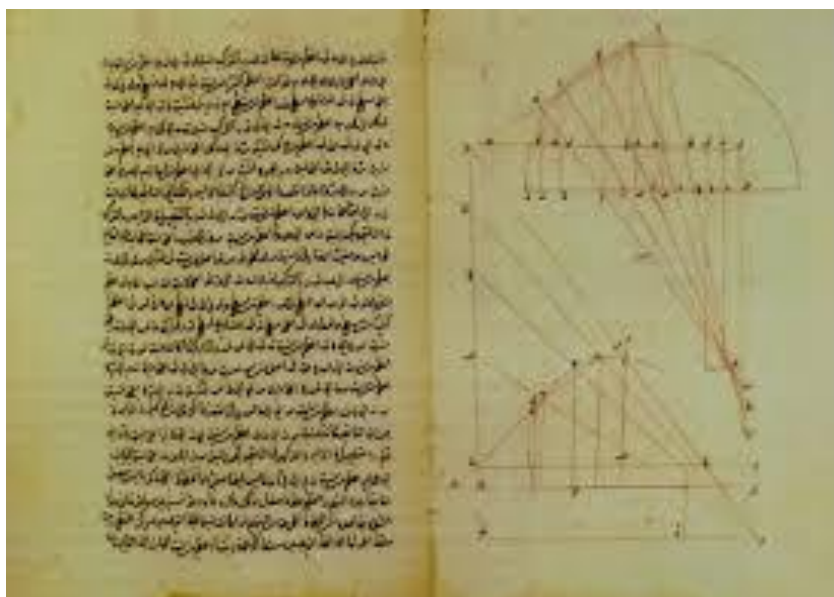
$$\frac{\alpha + \beta}{\alpha} = \frac{\alpha}{\beta} = \varphi$$

Η χρυσή αναλογία φ

Η χρυσή αναλογία $\varphi = 1.618339887...$, διαδραματίζει έναν σημαντικό ρόλο στα κανονικά πεντάγωνα και πεντάγραμμα. Κάθε πλευρά διαιρείται σε δύο μικρότερα τμήματα, και εάν διαιρέσουμε το μήκος του πιο μεγάλου τμήματος με το πιο μικρό τμήμα ο λόγος θα είναι ίσος με φ.

Ο χρυσός αριθμός, που αναπαρίσταται με το γράμμα Φ, καλύπτει έναν ευρύτατο χώρο αριθμητικών σχέσεων και ιδιοτήτων καθώς και ανύποπτων συσχετισμών ανάμεσα στη φύση και στους ανθρώπους. Η εφαρμογή του έχει πολλαπλές όψεις στην επιστήμη, στην τέχνη αλλά και στην μορφολογία ζώων και φυτών. Είναι αξιοθαύμαστη η ανεξάντλητη ικανότητα της χρυσής αναλογίας να παράγει σχήματα ασύλληπτης ομορφιάς και εκπληκτικών ιδιοτήτων όπως ορθογώνια πολύγωνα ή τα κανονικά πολύγωνα αλλά προκαλεί κατάπληξη η σχέση του θείου αριθμού με περίπλοκες και αμφιλεγόμενες έννοιες όπως η ομορφιά και η τελειότητα!

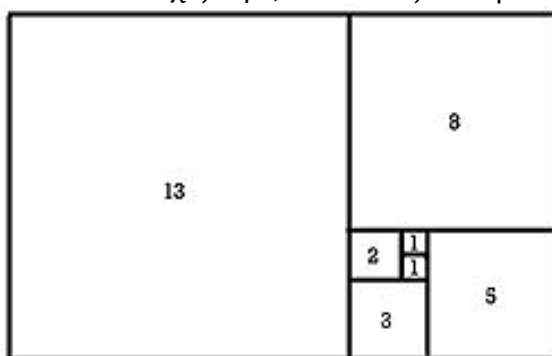
Ακολουθία Fibonacci



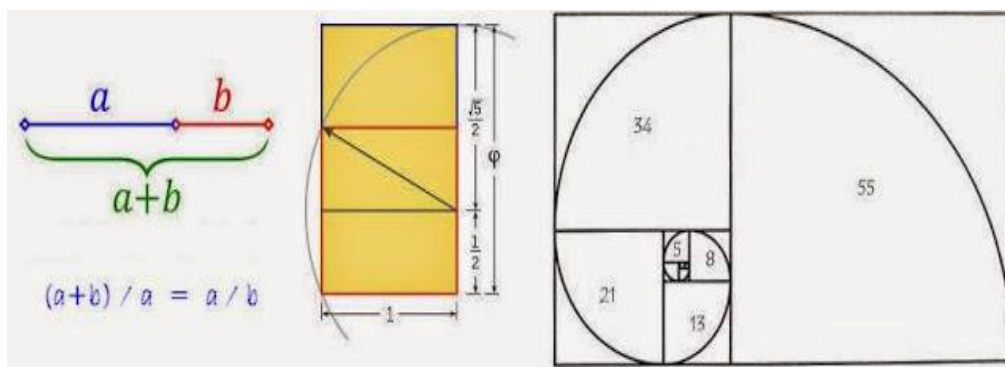
ΓΕΝΙΚΑ

Η ακολουθία αριθμών, στην οποία ο κάθε αριθμός είναι ίσος με το άθροισμα των δύο προηγούμενων, είναι γνωστή ως ακολουθία Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, ... (κάθε αριθμός είναι ίσος με το άθροισμα των δύο προηγούμενων). Επιπλέον, ο λόγος δύο διαδοχικών αριθμών της ακολουθίας τείνει προς την αποκαλούμενη Χρυσή Τομή, ή Χρυσή αναλογία, ή Αριθμό $\phi = 1.618033989$.

Ένας τρόπος για να δημιουργήσουμε την ακολουθία Fibonacci είναι να σχηματίσουμε δύο τετράγωνα μοναδιαίας πλευράς και να τα τοποθετήσουμε το ένα δίπλα στο άλλο. Έπειτα από πάνω τους σχηματίζουμε ένα τετράγωνο πλευράς 2, δηλαδή προσθέτουμε τις πλευρές των προηγούμενων τετραγώνων και συνεχίζουμε, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Οι αριθμοί Fibonacci είναι το αριθμητικό σύστημα της φύσης. Εμφανίζονται παντού στη φύση, από τη διάταξη των φύλλων στα φυτά μέχρι το μοτίβο των πετάλων στα λουλούδια, τις πευκοβελόνες, ή τα στρώματα του φλοιού ενός ανανά. Φαίνεται πώς οι αριθμοί Fibonacci σχετίζονται με την ανάπτυξη κάθε ζωντανού οργανισμού, ενός κυττάρου, ενός σπυριού σταριού, μιας κυψέλης μελισσών, ακόμα της ίδιας της ανθρωπότητας.



Η ακολουθία αριθμών, στην οποία ο κάθε αριθμός είναι ίσος με το άθροισμα των δύο προηγούμενων, είναι γνωστή ως ακολουθία Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, ... (κάθε αριθμός είναι ίσος με το άθροισμα των δύο προηγούμενων). Επιπλέον, ο λόγος δύο διαδοχικών αριθμών της ακολουθίας τείνει προς την αποκαλούμενη Χρυσή Τομή, ή Χρυσή αναλογία, ή Αριθμό $\phi = 1.618033989$.

Ιστορία - Προβλήματα

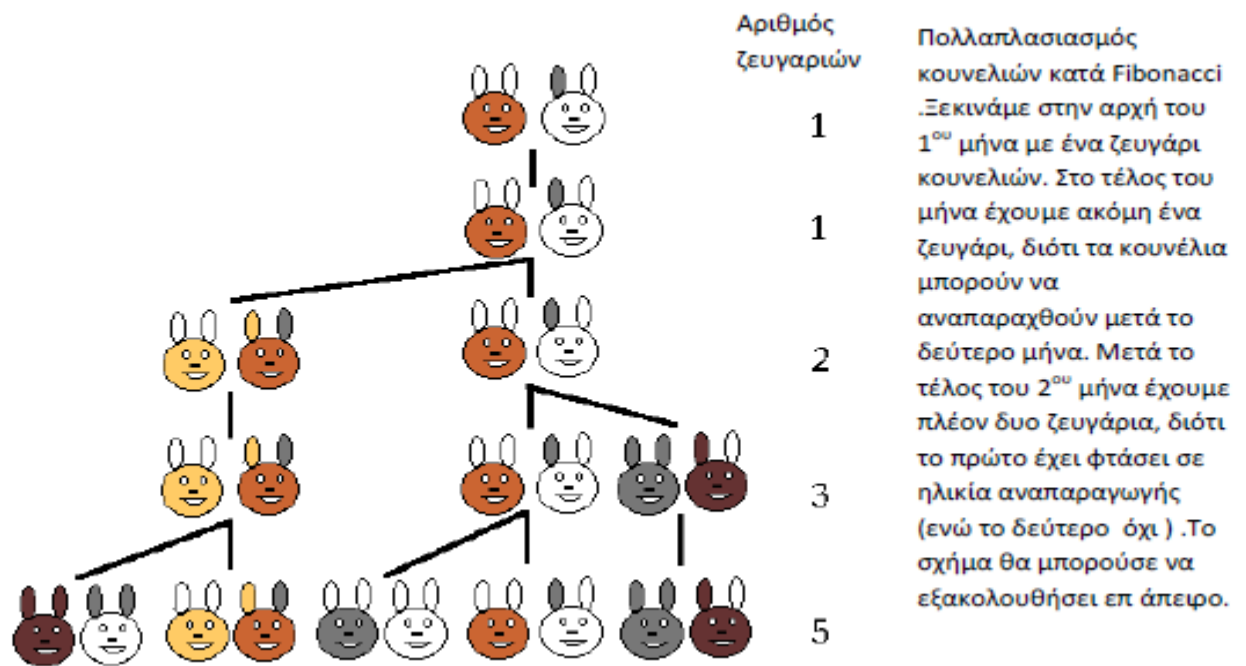
Μια πρόσφατη μαθηματικο-ιστορική ανάλυση της περιόδου και της περιοχής στην οποία έζησε ο Fibonacci προτείνει ότι στην πραγματικότητα οι μελισσοκόμοι της Bejaia και οι γνώσεις τους σχετικά με την αναπαραγωγή των μελισσών αποτέλεσαν την πηγή έμπνευσης της ακολουθίας Fibonacci και όχι το ευρύτερα ίσως γνωστό μοντέλο της αναπαραγωγής κουνελιών.

(Ο όρος «Ακολουθία Φιμπονάτσι» χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά τον 19ο αιώνα από τον Γάλλο μαθηματικό Εδουάρδο Λούκας.

Η ακολουθία ανακαλύφθηκε από τον Leonardo της Πίζα (γνωστότερο ως Fibonacci) στις αρχές του 13ου αιώνα. Ήταν η απάντηση σε ένα διάσημο πρόβλημα που είχε θέσει ο ίδιος ο Fibonacci, το γνωστό ως «πρόβλημα των κουνελιών». Είναι το εξής :

Πόσα ζευγάρια κουνελιών θα έχουμε στο τέλος του χρόνου, αν ξεκινήσουμε από ένα ζευγάρι και όλα τα ζευγάρια γεννούν κάθε μήνα ένα καινούργιο το οποίο φτάνει σε ηλικία αναπαραγωγής σε δυο μήνες .

Οι πρώτοι μήνες της λύσης παρουσιάζονται στο σχήμα:



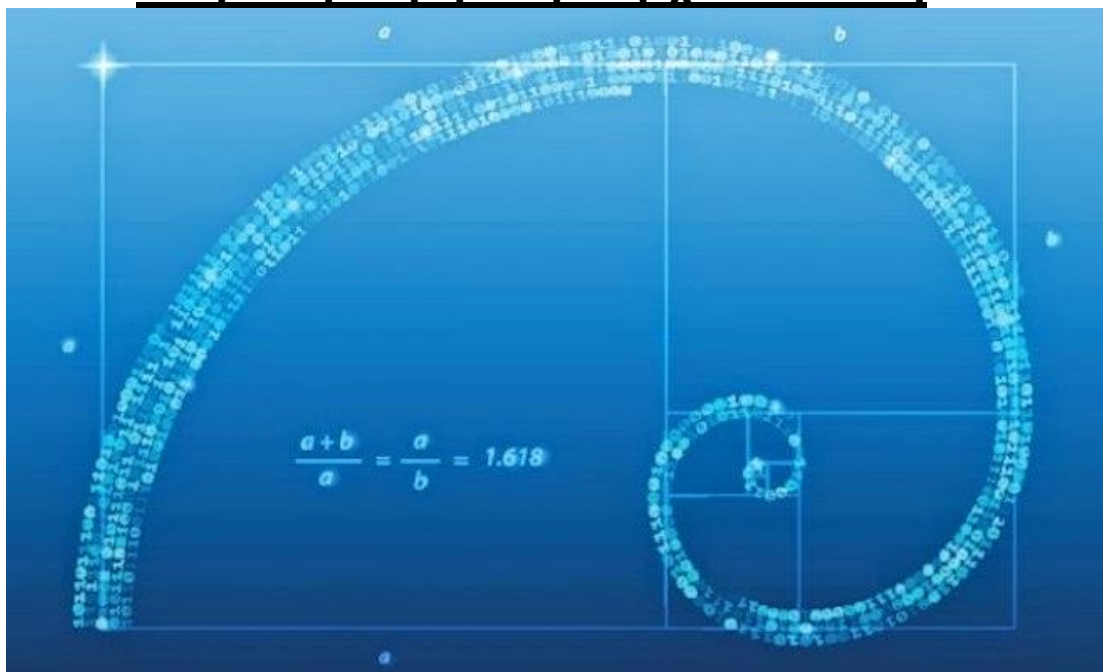
Παρατηρήστε ότι το πλήθος των ζευγαριών κάθε μήνα αντιστοιχεί στους όρους της ακολουθίας Fibonacci. Έτσι έχουμε τα εξής πλήθη ζευγαριών κουνελιών στο τέλος κάθε μήνα του έτους :

1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233

Επομένως, η απάντηση στο πρόβλημα μας είναι ότι έπειτα από δώδεκα μήνες θα έχουμε συνολικά 233 ζευγάρια κουνελιών. Αφού η ακολουθία Fibonacci είναι άπειρη, μπορούμε εύκολα να βρούμε το πλήθος των ζευγαριών έπειτα από οποιοδήποτε χρονικό διάστημα.

Ο συναρτησιακός συμβολισμός για την ακολουθία δόθηκε για πρώτη φορά από τον Kerper το 1611. Την περιέγραψε ως $F_n + F_{n+1} = F_{n+2}$ όπου F_n είναι ο νιοστός όρος της ακολουθίας Fibonacci, $F_0=0, F_1=1$.

Η Χρυσή Τομή στην Αρχιτεκτονική



Η χρυσή τομή παρατηρείται σε μεγάλα έργα της αρχιτεκτονικής. Μία γεωμετρική ανάλυση προηγούμενης έρευνας το 2004 για το **Μεγάλο Τζαμί της Καϊρουάν** αποκαλύπτει μια συνεπή εφαρμογή της χρυσής αναλογίας σε όλο το σχεδιασμό, σύμφωνα με τον Boussora και τον Mazouz. Βρήκαν αναλογίες κοντά στη χρυσή στο συνολικό ποσοστό του σχεδίου καθώς και στο χώρο προσευχής και στο χώρο του δικαστηρίου. Οι συντάκτες σημειώνουν, ωστόσο, ότι οι περιοχές που βρέθηκαν να έχουν αναλογίες κοντά στην χρυσή δεν αποτελούν μέρος της αρχικής κατασκευής, και θεωρούν ότι αυτά τα στοιχεία προστέθηκαν σε μια ανακατασκευή.

Ο Ελβετός **αρχιτέκτονας Λε Κορμπυζιέ**, γνωστός για τη συμβολή του στο **σύγχρονο διεθνές αρχιτεκτονικό στυλ**, εστίασε τη φιλοσοφία του σχεδιασμού του σε συστήματα αρμονίας και αναλογίας. Η πίστη του Λε Κορμπυζιέ στη μαθηματική τάξη του σύμπαντος ήταν στενά συνδεδεμένη με τη χρυσή αναλογία και τη σειρά Φιμπονάτσι, τις οποίες περιέγραψε ως "ρυθμούς εμφανείς δια γυμνού οφθαλμού και σαφείς στις σχέσεις τους το ένα με το άλλο. Και αυτοί οι ρυθμοί βρίσκονται στη ρίζα των ανθρωπίνων δραστηριοτήτων. Αντηχούν στον άνθρωπο από οργανικό αναπόφευκτο, το ίδιο αναπόφευκτο που προκαλεί την παρατήρηση της Χρυσής Τομής από τα παιδιά, τους ηλικιωμένους, τους άγριους και τους μορφωμένους".

Ο Λε Κορμπυζιέ χρησιμοποίησε ρητά τη χρυσή αναλογία στο **Modulor** σύστημα του για την κλίμακα της αρχιτεκτονικής αναλογίας. Είδε το σύστημα αυτό, ως συνέχεια της μακράς παράδοσης του **Βιτρούβιου**, του **"Ανθρώπου του Βιτρούβιου"** του Leonardo da Vinci, του έργου του **Leon Battista Alberti**, και των άλλων που χρησιμοποίησαν τις αναλογίες του ανθρώπινου σώματος για να βελτιώσουν την εμφάνιση και τη λειτουργία της **αρχιτεκτονικής**. Εκτός από τη χρυσή αναλογία, ο Λε Κορμπυζιέ θεμελίωσε το σύστημα πάνω στις ανθρώπινες μετρήσεις και τους **αριθμούς Φιμπονάτσι**. Επίσης, πρότεινε την εφαρμογή της χρυσής αναλογίας σε ανθρώπινες αναλογίες: χώρισε το ύψος ενός ανθρώπινου μοντέλου στον ομφαλό με τα δύο τμήματα να βρίσκονται σε χρυσή αναλογία, κατόπιν υποδιαίρεσε αυτά τα δύο τμήματα σε χρυσή αναλογία στα γόνατα και

το λαιμό και χρησιμοποίησε αυτές τις αναλογίες στο Modulor σύστημα του. Η Villa Stein στις Garches που σχεδίασε ο Λε Κορμπυζιέ το 1927 αποτέλεσε παράδειγμα της εφαρμογής του συστήματος του Modulor. Η ορθογώνια κάτοψη της βίλας, το υψόμετρο, και η εσωτερική δομή προσεγγίζονται από ορθογώνια με χρυσές αναλογίες.

Ένας άλλος Ελβετός αρχιτέκτονας, ο Μάριο Μπότα (Mario Botta), βασίζει πολλά από τα σχέδιά του σε γεωμετρικά σχήματα. Αρκετές ιδιωτικές κατοικίες που σχεδίασε στην Ελβετία αποτελούνται από τετράγωνα και κύκλους, κύβους και κυλίνδρους. Σε ένα σπίτι που σχεδίασε στο Origlio, η χρυσή αναλογία είναι η αναλογία μεταξύ του κεντρικού τμήματος και των πλευρικών τμημάτων του σπιτιού.

Χρυσή τομή στην αρχαία Ελλάδα



Πολλές από τις αναλογίες του [Παρθενώνα](#) φέρονται να εμφανίζουν την χρυσή αναλογία.

Η πρόσοψη του [Παρθενώνα](#), καθώς και τα στοιχεία της πρόσοψης αυτού λέγεται από κάποιους ότι οριοθετήθηκαν από ορθογώνια με χρυσές αναλογίες.

Άλλοι μελετητές αρνούνται ότι οι Έλληνες είχαν κάποια αισθητική συσχέτιση με τη χρυσή αναλογία. Για παράδειγμα, ο Midhat J. Gazale λέει, "...Ωστόσο, έπρεπε να φτάσουμε στον Ευκλείδη προκειμένου να μελετηθούν οι μαθηματικές ιδιότητες της χρυσής τομής. Στα Στοιχεία (308 π.Χ.), ο Έλληνας μαθηματικός απλώς θεωρούσε τον αριθμό αυτό ως έναν ενδιαφέροντα άρρητο αριθμό, σε σχέση με τις μεσαίες και ακραίες αναλογίες. Η εμφάνιση του σε κανονικά πεντάγωνα και δεκάγωνα ήταν δεόντως σεβαστή, καθώς επίσης και στο δωδεκάεδρο (ένα [κανονικό πολύεδρο](#) που έχει ως έδρες δώδεκα κανονικά πεντάγωνα). Είναι πράγματι υποδειγματικό ότι ο μεγάλος Ευκλείδης, σε αντίθεση με τις γενιές των μυστικιστών που ακολούθησαν, αντιμετώπισε με νηφαλιότητα τον αριθμό αυτό για αυτό που είναι, χωρίς να προσκολλήσει σε αυτόν άλλες από τις πραγματικές του ιδιότητες." Και ο [Κιθ Ντέβλιν](#), λέει, "Σίγουρα, ο συχνά επαναλαμβανόμενος ισχυρισμός ότι ο Παρθενώνας στην Αθήνα βασίζεται στη χρυσή αναλογία δεν υποστηρίζεται από τις πραγματικές μετρήσεις. Στην πραγματικότητα, ολόκληρη η ιστορία για τους Έλληνες και την χρυσή αναλογία φαίνεται να είναι αβάσιμη. Το μόνο πράγμα που γνωρίζουμε με βεβαιότητα είναι ότι ο Ευκλείδης, στο περίφημο βιβλίο του Στοιχεία, που γράφτηκε γύρω στο 300 π.Χ., έδειξε πώς υπολογίζεται η τιμή της χρυσής αναλογίας". Εγγύς πηγές της εποχής, όπως ο [Βιτρούβιος](#) συζητούν αποκλειστικά αναλογίες που μπορούν να εκφραστούν σε ακέραιους αριθμούς. Ο Π. Φουτάκης μελέτησε τις διαστάσεις 15 αρχαίων ναών, 18 μνημειακών τάφων, 8 σαρκοφάγων και 58 επιτύμβιων στηλών για το διάστημα από τον 5ο αιώνα π.Χ. μέχρι τον 2ο αιώνα μ.Χ. Οι αρχαίοι ναοί αποτελούσαν το κατεξοχήν μέρος επικοινωνίας μεταξύ ανθρώπων και θεών, ενώ οι τάφοι, σαρκοφάγοι και επιτύμβιες στήλες συνδέονταν με το πέρασμα των θνητών από την υλική στην

αιώνια ζωή. Εάν η χρυσή τομή είχε οποιεσδήποτε θεικές, μυστικιστικές ή αισθητικές ιδιότητες, τότε οι περισσότερες από αυτές τις κατασκευές θα χαρακτηρίζονταν από τον κανόνα της χρυσής αναλογίας. Το αποτέλεσμα αυτής της πρωτότυπης έρευνας είναι ξεκάθαρο: η χρυσή τομή ήταν εντελώς απύσχα από την ελληνική αρχιτεκτονική του κλασικού 5ου αιώνα π.Χ., και σχεδόν απύσχα για τους επόμενους έξι αιώνες. Τέσσερα σπάνια, και για αυτό πολύτιμα, παραδείγματα εφαρμογής αναλογιών χρυσής τομής εντοπίστηκαν σε ένα αρχαίο πύργο της Μεθώνης Μεσσηνίας, στο Μεγάλο Βωμό της Περγάμου (στο ομώνυμο μουσείο του Βερολίνου), σε μια επιτύμβια στήλη από την Έδεσσα και σε ένα μνημειακό τάφο στην Πέλλα. Είναι η πρώτη φορά που παρουσιάζεται απόδειξη για εφαρμογή χρυσής τομής σε αρχαία ελληνική κατασκευή, ωστόσο, σύμφωνα με το συγγραφέα, εφαρμογή περιθωριακή η οποία υποδηλώνει ότι οι αρχαίοι Έλληνες δεν έδωσαν ιδιαίτερη σημασία στη χρυσή τομή στο χώρο της αρχιτεκτονικής.

Μία γεωμετρική ανάλυση προηγούμενης έρευνας το 2004 για το **Μεγάλο Τζαμί της Καϊρουάν** αποκαλύπτει μια συνεπή εφαρμογή της χρυσής αναλογίας σε όλο το σχεδιασμό, σύμφωνα με τον Boussora και τον Mazouz.^[12] Βρήκαν αναλογίες κοντά στη χρυσή στο συνολικό ποσοστό του σχεδίου καθώς και στο χώρο προσευχής και στο χώρο του δικαστηρίου. Οι συντάκτες σημειώνουν, ωστόσο, ότι οι περιοχές που βρέθηκαν να έχουν αναλογίες κοντά στην χρυσή δεν αποτελούν μέρος της αρχικής κατασκευής, και θεωρούν ότι αυτά τα στοιχεία προστέθηκαν σε μια ανακατασκευή.

Ο Ελβετός **αρχιτέκτονας Λε Κορμπυζιέ**, γνωστός για τη συμβολή του στο **σύγχρονο διεθνές αρχιτεκτονικό στυλ**, εστίασε τη φιλοσοφία του σχεδιασμού του σε συστήματα αρμονίας και αναλογίας. Η πίστη του Λε Κορμπυζιέ στη μαθηματική τάξη του σύμπαντος ήταν στενά συνδεδεμένη με τη χρυσή αναλογία και τη σειρά Φιμπονάτσι, τις οποίες περιέγραψε ως "ρυθμούς εμφανείς δια γυμνού οφθαλμού και σαφείς στις σχέσεις τους το ένα με το άλλο. Και αυτοί οι ρυθμοί βρίσκονται στη ρίζα των ανθρωπίνων δραστηριοτήτων. Αντηχούν στον άνθρωπο από οργανικό αναπόφευκτο, το ίδιο αναπόφευκτο που προκαλεί την παρατήρηση της Χρυσής Τομής από τα παιδιά, τους ηλικιωμένους, τους άγριους και τους μορφωμένους".

Ο Λε Κορμπυζιέ χρησιμοποίησε ρητά τη χρυσή αναλογία στο **Modulor** σύστημα του για την κλίμακα της αρχιτεκτονικής αναλογίας. Είδε το σύστημα αυτό, ως συνέχεια της μακράς παράδοσης του **Βιτρούβιου**, του **"Άνθρωπος του Βιτρούβιου"** του Leonardo da Vinci, του έργου του **Leon Battista Alberti**, και των άλλων που χρησιμοποίησαν τις αναλογίες του ανθρώπινου σώματος για να βελτιώσουν την εμφάνιση και τη λειτουργία της **αρχιτεκτονικής**. Εκτός από τη χρυσή αναλογία, ο Λε Κορμπυζιέ θεμελίωσε το σύστημα πάνω στις ανθρώπινες μετρήσεις και τους **αριθμούς Φιμπονάτσι**. Επίσης, πρότεινε την εφαρμογή της χρυσής αναλογίας σε ανθρώπινες αναλογίες: χώρισε το ύψος ενός ανθρώπινου μοντέλου στον ομφαλό με τα δύο τμήματα να βρίσκονται σε χρυσή αναλογία, κατόπιν υποδιείρεσε αυτά τα δύο τμήματα σε χρυσή αναλογία στα γόνατα και το λαιμό και χρησιμοποίησε αυτές τις αναλογίες στο Modulor σύστημα του. Η Villa Stein στις Garches που σχεδίασε ο Λε Κορμπυζιέ το 1927 αποτέλεσε παράδειγμα της εφαρμογής του συστήματος του Modulor. Η ορθογώνια κάτοψη της βίλας, το υψόμετρο, και η εσωτερική δομή προσεγγίζονται από ορθογώνια με χρυσές αναλογίες.

Ένας άλλος Ελβετός αρχιτέκτονας, ο Μάριο Μπότα (Mario Botta), βασίζει πολλά από τα σχέδιά του σε γεωμετρικά σχήματα. Αρκετές ιδιωτικές κατοικίες που σχεδίασε στην Ελβετία αποτελούνται από τετράγωνα και κύκλους, κύβους και κυλίνδρους. Σε ένα σπίτι που σχεδίασε στο Origlio, η χρυσή αναλογία είναι η αναλογία μεταξύ του κεντρικού τμήματος και των πλευρικών τμημάτων του σπιτιού.

Αιγυπτιακές πυραμίδες



Οι αρχαίοι Αιγύπτιοι ήταν οι πρώτοι που χρησιμοποίησαν την αναλογία της Χρυσής Τομής στο κτίσιμο των πυραμίδων.

Στα μέσα του δέκατου ένατου αιώνα, ο Röber μελέτησε ποικίλες Αιγυπτιακές πυραμίδες συμπεριλαμβανομένων των Khafre, Menkaure και μερικών από της Γκίζας και Σαχάρας και ερμηνεύτηκε ότι είπε ότι το μισό της βάσης της πυραμίδας είναι η μέση της πλευράς, διατυπώνοντας ότι οι άλλοι συγγραφείς αναγνώριζαν ως το [τρίγωνο του Kepler](#). Πολλές άλλες μαθηματικές θεωρίες σε σχέση με το σχήμα των πυραμίδων έχουν επίσης διερευνηθεί.

Μία Αιγυπτιακή πυραμίδα εξαιρετικά κοντά σε μια "χρυσή πυραμίδα" είναι η [Μεγάλη Πυραμίδα της Γκίζας](#) (επίσης γνωστή ως η Πυραμίδα του Χέοπα). Η κλίση της $51^{\circ} 52'$ είναι πολύ κοντά στην "χρυσή" κλίση της πυραμίδας των $51^{\circ} 50'$ και στην βασισμένη στον αριθμό π κλίση της πυραμίδας των $51^{\circ} 51'$. Άλλες πυραμίδες της Γκίζας (Cherhren, $52^{\circ} 20'$, και Mycerinus, $50^{\circ} 47'$), είναι επίσης αρκετά κοντά. Το αν η σχέση με τη χρυσή αναλογία σε αυτές τις πυραμίδες έχει σχεδιαστεί ή έχει προκύψει κατά λάθος παραμένει άγνωστο. Επίσης, αρκετές άλλες Αιγυπτιακές πυραμίδες είναι πολύ κοντά στο 3:4:5 σχήμα.

Συμβάλλοντας έντονα στην αντιπαράθεση ο αρχιτεκτονικός συντάκτης της Μεγάλης Πυραμίδας, [Eric Temple Bell](#), μαθηματικός και ιστορικός, ισχυρίστηκε το 1950 ότι τα Αιγυπτιακά μαθηματικά δεν θα είχαν την δυνατότητα να υπολογίσουν το ύψος της παράπλευρης έδρας της πυραμίδας, ή την αναλογία

προς το ύψος, εκτός από την περίπτωση της 3:4:5 πυραμίδας, δεδομένου ότι το τρίγωνο 3:4:5 ήταν το μόνο ορθογώνιο τρίγωνο γνωστό στους Αιγυπτίους. Επιπλέον, υποστήριξε ότι οι αρχαίοι Αιγύπτιοι δεν γνώριζαν το Πυθαγόρειο θεώρημα και με κανέναν τρόπο δεν θα μπορούσαν να εξηγήσουν άρρητους αριθμούς, όπως ο π ή ο φ .

Ο Michael Rice ισχυρίζεται ότι οι κύριες αρχές στην ιστορία της αιγυπτιακής αρχιτεκτονικής έχουν υποστηρίξει ότι οι Αιγύπτιοι ήταν εξοικειωμένοι με τη χρυσή αναλογία, η οποία αποτελεί κομμάτι των μαθηματικών των πυραμίδων, όπως αναφέρει ο Giedon (1957). Οι ιστορικοί των επιστημών ανέκαθεν διαφωνούσαν για το αν οι Αιγύπτιοι είχαν κάποια τέτοια γνώση ή όχι, αντιτάσσοντας ότι η εμφάνιση της χρυσής τομής στις πυραμίδες ήταν προιον τύχης.

Το 1859, ο πυραμιδιολόγος John Taylor ισχυρίστηκε ότι, στη [Μεγάλη Πυραμίδα της Γκίζας](#), η χρυσή αναλογία εκπροσωπείται από την αναλογία του ύψους της παράπλευρης έδρας, σχηματίζοντας μια γωνία θ με το έδαφος, προς το μισό του μήκους της πλευράς της βάσης, που ισοδυναμεί με την [τέμνουσα](#) της γωνίας θ . Τα παραπάνω δύο μήκη ήταν περίπου 186,4 και 115,2 μέτρα αντίστοιχα. Η αναλογία αυτών των μηκών είναι η χρυσή αναλογία, με ακρίβεια περισσοτέρων ψηφίων από αυτών στις αρχικές μετρήσεις. Ομοίως, ο Howard Vyse, σύμφωνα με το Matila Ghyka, ανέφερε το ύψος της Μεγάλης πυραμίδας 148,2 m, και το μισό μήκος της πλευράς της βάσης της 116,4 m, αποδίδοντας 1,6189 για το λόγο του ύψους της παράπλευρης έδρας προς το μισό μήκος της πλευράς της βάσης, και πάλι με μεγαλύτερη ακρίβεια.

Η ΧΡΥΣΗ ΤΟΜΗ ΣΤΗ ΓΛΥΠΤΙΚΗ

Ο Φειδίας ήταν ο σπουδαιότερος γλύπτης στην αρχαία Ελλάδα. Πολύ λίγα γνωρίζουμε για τη ζωή του, αλλά τα έργα του είναι διάσημα σε όλο τον κόσμο. Προτιμούσε να δουλεύει με χαλκό αντί για μάρμαρο και δημιούργησε μοναδικά αγάλματα προς τιμήν των αρχαίων θεών αλλά και διάφορων καθοριστικών ιστορικών γεγονότων.

Ωστόσο, δύο από τα τα μεταγενέστερα έργα του Φειδία είναι αυτά που ξεχωρίζουν στην αρχαία Ελλάδα. Μάλλον, το 432 π.Χ ο Φειδίας

δημιούργησε το τεράστιο χρυσελεφάντινο άγαλμα του Δία, στον ναό του Διός στην Ολυμπία και το άγαλμα της θεάς Αθηνάς στον Παρθενώνα.



Ο Μιχαήλ Άγγελος, εκτός από τη ζωγραφική, χρησιμοποίησε τη χρυσή τομή και στη γλυπτική, όπως στο δημιούργημά του «Δαβίδ». Οι αναλογίες του Δαβίδ συμμορφώνονται με τη χρυσή τομή από τη θέση του ομφαλού σε σχέση με το ύψος του μέχρι τη θέση των αρθρώσεων στα δάχτυλά του.



Στην Αφροδίτη της Μήλου, αριστούργημα του Αγήσανδρου ή Αλέξανδρου της Αντιοχείας, η θέση του ομφαλού επίσης χωρίζει το άγαλμα σε μέσο και άκρο λόγο.



ΧΡΥΣΗ ΤΟΜΗ ΣΤΗΝ ΤΕΧΝΗ

Ζωγραφική



Η σχεδίαση του σώματος ενός άνδρα σε ένα πεντάγραμμο δείχνει τη σχέση με τη χρυσή αναλογία

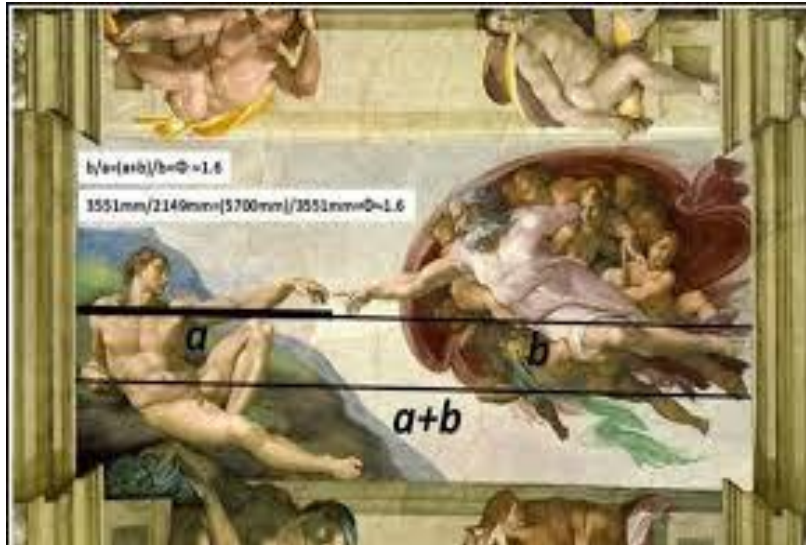
Ο φιλόσοφος Χάινριχ Κορνέλιους Αγκρίπα του 16ου αιώνα ζωγράφισε έναν άνθρωπο πάνω σ'ένα πεντάγραμμο μέσα σε ένα κύκλο, γεγονός που συνεπάγεται μια σχέση με τη χρυσή αναλογία. Οι εικονογραφήσεις του Λεονάρντο ντα Βίντσι στα πολύεδρα στην *De divina proportione* (Στην *θεϊκή αναλογία*) και οι απόψεις του ότι ορισμένες σωματικές αναλογίες εμφανίζουν την χρυσή αναλογία έχουν οδηγήσει ορισμένους επιστήμονες να εικάζουν ότι ενσωμάτωσε τη χρυσή αναλογία στα έργα του. Ωστόσο, η άποψη ότι στην *Μόνα Λίζα*, για παράδειγμα, χρησιμοποιεί χρυσή αναλογία, δεν υποστηρίζεται σε κανένα από τα κείμενα του.¹ Ομοίως, αν και ο *Άνθρωπος του Βιτρούβιου* συχνά φαίνεται να είναι συνδεδεμένος με τη χρυσή αναλογία, οι αναλογίες του σχήματος στην πραγματικότητα δεν ταιριάζουν με αυτήν την άποψη, και το κείμενο αναφέρει μόνο αναλογίες ακεραίων αριθμών.

Ο Σαλβαδόρ Νταλί, επηρεασμένος από τα έργα του Matila Ghyka, χρησιμοποίησε ρητά τη χρυσή αναλογία στο αριστούργημά του, *The Sacrament of the Last Supper* (Το Μυστήριο του Μυστικού Δείπνου). Οι διαστάσεις του καμβά είναι ένα χρυσό ορθογώνιο. Ένα τεράστιο δωδεκάεδρο, με την προοπτική τα άκρα να εμφανίζονται σε χρυσή αναλογία μεταξύ τους, αναστέλλεται πάνω και πίσω από τον Ιησού.

Έχει ειπωθεί ότι ο Πητ Μοντριάν έχει χρησιμοποιήσει την χρυσή τομή εκτενώς στα γεωμετρικά έργα του· αν και άλλοι εμπειρογνώμονες (συμπεριλαμβανομένων του κριτικού Yve-Alain Bois) έχουν αμφισβητήσει τον ισχυρισμό αυτό.

Σε μια στατιστική μελέτη σε 565 έργα τέχνης διαφόρων σπουδαίων ζωγράφων, η οποία διενεργήθηκε το 1999, διαπιστώθηκε ότι αυτοί οι καλλιτέχνες δεν είχαν χρησιμοποιήσει τη χρυσή αναλογία ως προς το μέγεθος των καμβάδων τους. Η μελέτη κατέληξε στο συμπέρασμα ότι η μέση αναλογία των δύο πλευρών των

έργων ζωγραφικής είναι 1,34, με το μέσο όρο για μεμονωμένους καλλιτέχνες να κυμαίνεται από 1,04 (Γκόγια) σε 1,46 (Μπελλίνι)



Η μουσική του Μότσαρτ σίγουρα είναι εξαιρετική, ο τρόπος όμως με τον οποίο έφτιαξε αυτούς τους εκπληκτικούς ήχους αμφισβητείται.

Σύμφωνα με την αδελφή του, στα μαθητικά του χρόνια ο Βόλφγκανγκ "δε μιλούσε για τίποτα, δε σκεπτόταν τίποτα παρά μόνον αριθμούς". Επιπλέον, στα περιθώρια μερικών από τις συνθέσεις του σημείωνε μαθηματικές εξισώσεις. Μάλιστα, στη Fantasia και Fugue σε Ντο Ματζόρε, υπάρχουν στα περιθώρια οι υπολογισμοί της πιθανότητας μιας νίκης του σε μια λαχειοφόρο αγορά. Αν και αυτές οι εξισώσεις δεν αφορούσαν τη μουσική του, εν τούτοις προδίδουν μια έλξη και μια αγάπη που είχε στα μαθηματικά.

Η δομή της μουσικής του Μότσαρτ έλκυσε την προσοχή των Μαθηματικών, που σκοπός τους ήταν να διερευνήσουν κατά πόσο ο περίφημος αυτός συνθέτης επηρεάστηκε από αυτά. Ένας από τους πολλούς ήταν και ο John F. Putz, Καθηγητής Μαθηματικών στο Κολλέγιο Alma του Μίσιγκαν. Λαμβάνοντας υπόψη ότι η μουσική του Μότσαρτ ήταν περίφημη για τον αρμονικό της ήχο και για τις κομψές της αναλογίες, σκέφτηκε ότι θα

ήταν ενδιαφέρον να ελεγχθεί εάν τα τμήματά του στις σονάτες για πιάνο που χρησιμοποίησε ήταν πολύ κοντά στη διαίρεση της χρυσής τομής.

Στο περιοδικό Mathematics Magazine του Οκτωβρίου του 1995, ο Putz περιέγραψε την έρευνά του για το αν η χρυσή αναλογία εμφανίζεται στις σονάτες για πιάνο του Μότσαρτ.

Σύμφωνα με τον Putz:

"Στον καιρό του Μότσαρτ, η μουσική φόρμα της σονάτας εξελίχθηκε σε δύο μέρη: στην Έκθεση, όπου το μουσικό θέμα εισάγεται, και στην Ανάπτυξη και Επανέκθεση όπου το κύριο θέμα αναπτύσσεται και επαναλαμβάνεται [που]

δίνει την αιτία για να αναρωτηθεί κανείς πώς ο Μότσαρτ διένειμε αυτές τις εργασίες."

Δηλαδή ο Μότσαρτ διαίρεσε τις σονάτες του σύμφωνα με τη χρυσή αναλογία, με την Έκθεση ως πιο το σύντομο τμήμα (x) και την Ανάπτυξη και Επανέκθεση ως το πιο μεγάλο ($1-x$); Ο Putz αντιστοίχισε τα δύο τμήματα - την Έκθεση

(x) και την Ανάπτυξη και Επανέκθεση ($1-x$) - από τον αριθμό των μέτρων στο κάθε ένα. Στο πρώτο μέρος της σονάτας αριθ.1 σε Ντο Ματζόρε παραδείγματος χάριν, η Έκθεση αποτελείται από 38 μέτρα και η Ανάπτυξη και Επανέκθεση από 62 μέτρα.

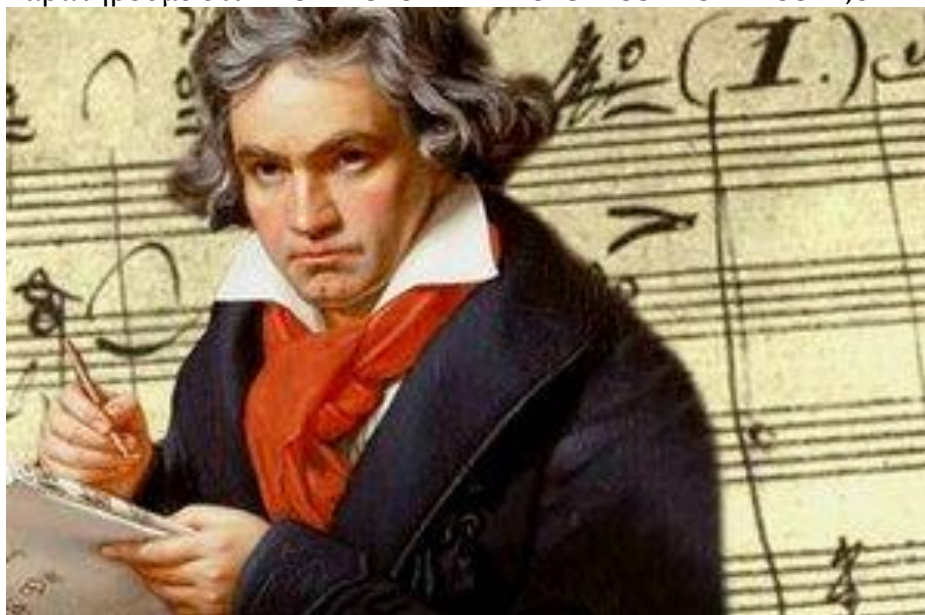
Η διαίρεση 62:38 δίνει πηλίκο περίπου 1,63, προσεγγίζοντας πολύ το χρυσό αριθμό. Αυτό είναι πολύ σημαντικό, γιατί δεν υπάρχουν άλλοι ακέραιοι αριθμοί από το 1 έως το 100 (εκτός από τους 38 και 62) που διαιρούμενοι μεταξύ τους να προσεγγίζουν πλησιέστερα τη χρυσή αναλογία.

Μια εξίσου καλή προσέγγιση στο χρυσό τμήμα υπάρχει και στο δεύτερο μέρος αυτής της σονάτας. Το τρίτο μέρος, εντούτοις, παρεκκλίνει από τη χρυσή τομή.

Στο Mathematics Teaching Volume 84 του 1978, ο Derek Haylock ισχυρίζεται ότι ο Beethoven χρησιμοποίησε τη χρυσή τομή στην περίφημη Πέμπτη Συμφωνία του. Το μοτίβο της διαιρεί την πρώτη πράξη σε χρυσό λόγο.

Η πρώτη πράξη αποτελείται από το μοτίβο (5 μέτρα), ένα μουσικό τμήμα (372 μέτρα), ξανά το μοτίβο (5 μέτρα), ένα άλλο μουσικό τμήμα (228 μέτρα) και ολοκληρώνεται με το μοτίβο (5 μέτρα).

Παρατηρούμε ότι: $372+5=377$ $228+5=233$ $377:233=1,67$



Ludwig van Beethoven (1770-1827)

Άλλοι συνθέτες που πιθανόν να χρησιμοποίησαν τη Χρυσή Τομή είναι οι Debussy, Schubert, Satie, Bartók και ο Bach (ο οποίος μάλιστα συνήθιζε να κωδικοποιεί το όνομά του και να το εμφανίζει στις συνθέσεις του).



Johann Sebastian Bach (1685-1750)

Ακολουθία Fibonacci + Lateralus

Το συγκρότημα του μεταλλικού ροκ Tool, στο τραγούδι του Lateralus χρησιμοποιεί την ακολουθία Fibonacci. Ο αριθμός των συλλαβών των λέξεων ανάμεσα στις παύσεις είναι οι έξι πρώτοι αριθμοί Fibonacci (1, 2, 3, 5, 8, 13):

(1) Black, (1) then, (2) white are, (3) all I see,
(5) in my in·fan·cy, (8) red and yel·low then came to be, (5) rea·ching out to me,
(3) lets me see.
(2) There is, (1) so, (1) much, (2) more and (3) beck·ons me, (5) to look
through to these, (8) in·fi·nite pos·si·bil·i·ties.
(13) As be·low so a·bove and be·yond I im·ag·ine, (8) drawn out·side the
lines of rea·son. (5) Push the en·ve·lope.
(3) Watch it bend.



Tool

Η χρυσή αναλογία σχετίζεται άμεσα με σπείρες, οι οποίες αναφέρονται αρκετές φορές τους στίχους.

Τα φωνητικά του τραγουδιστή ξεκινούν 1 λεπτό και 37 δευτερόλεπτα μετά την έναρξη του τραγουδιού, το οποίο αντιστοιχεί σε 1,617 λεπτά (ο χρυσός αριθμός είναι περίπου 1,618).

Τα μέτρα είναι ασυνήθιστα και αλλάζουν από 9/8 σε 8/8 και 7/8. Όπως έχει πει και ο ντράμερ του συγκροτήματος, ο αυθεντικός τίτλος του τραγουδιού ήταν 9-8-7. Ο αριθμός 987 είναι ο 17^{ος} όρος της ακολουθίας Fibonacci (αν θεωρήσουμε ως πρώτο όρο το 0 και όχι το 1).

Τα μουσικά όργανα συχνά βασίζονται στο Φ

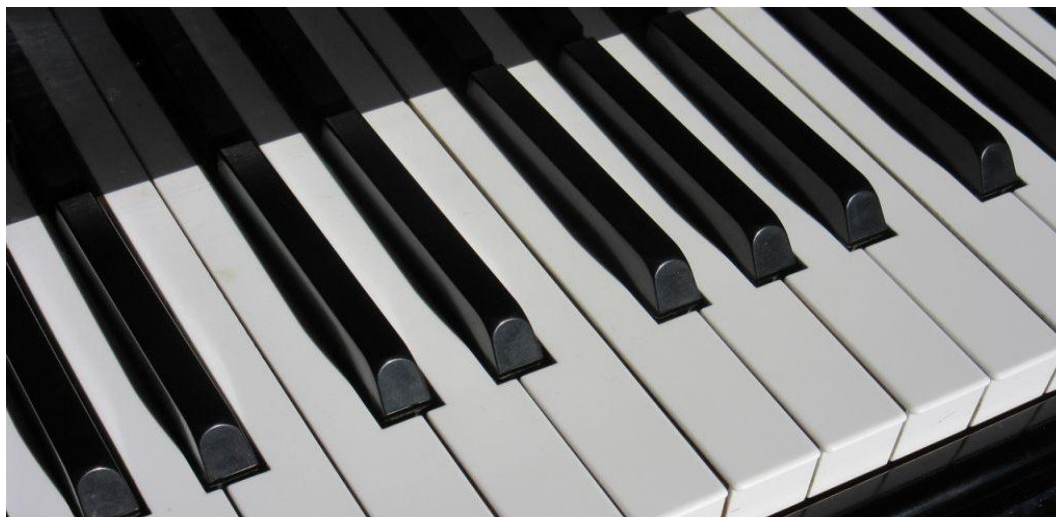
Το βιολί από πολλούς θεωρείται ο βασιλιάς των μουσικών οργάνων. Είναι το πιο διαδεδομένο όργανο μαζί με το πιάνο και την κιθάρα. Οι πιο συνηθισμένες του ονομασίες είναι: Violino στα ιταλικά, Violon στα γαλλικά, Violin στα αγγλικά και Geige στα γερμανικά. Η κύρια ονομασία του προήρθε από τον Ιταλικό Violino, που είναι υποκοριστικό του Viola. Στο βιολί η εμφάνιση της χρυσής τομής είναι συχνή.



Το ηχείο του βιολιού έχει δώδεκα ή περισσότερα τόξα καμπυλότητας σε κάθε πλευρά. Το επίπεδο τόξο στη βάση συχνά επικεντρώνεται στο σημείο Χρυσής Τομής που βρίσκεται στην κάθετο προς το κεντρικό ευθύγραμμο τμήμα.

Εφαρμογή της χρυσής τομής σε ένα βιολί Stradivarius





Στο πιάνο, η οκτάβα του πληκτρολογίου αποτελείται από δεκατρία πλήκτρα, οκτώ λευκά και πέντε μαύρα. Τα πέντε μαύρα με τη σειρά τους, αποτελούν μία ομάδα δύο πλήκτρων και μία τριών. Οι αριθμοί 2,3,5,8,13 είναι διαδοχικοί αριθμοί Fibonacci.

Τέλος, οι μουσικές συχνότητες βασίζονται στην ακολουθία Fibonacci, όπως φαίνεται και στον παρακάτω πίνακα:

Fibonacci Ratio Table

NUMERATOR		1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144
DENOMINATOR	1	1.00	2.00	3.00	5.00	8.00	13.00	21.00	34.00	55.00	89.00	144.00
	2	0.50	1.00	1.50	2.30	4.00	6.50	10.50	17.00	27.50	44.50	72.00
	3	0.33	0.07	1.00	1.57	2.67	4.33	7.00	11.33	18.33	29.67	48.00
	5	0.20	0.40	0.60	1.00	1.60	2.50	4.20	6.80	11.00	17.00	20.00
	8	0.125	0.250	0.375	0.625	1.000	1.625	2.625	4.250	6.875	11.125	18.000
	13	0.077	0.154	0.231	0.385	0.615	1.000	1.615	2.615	4.230	6.845	11.077
	21	0.048	0.095	0.143	0.238	0.381	0.619	1.000	1.619	2.619	4.138	6.857
	34	0.029	0.059	0.088	0.147	0.235	0.382	0.618	1.000	1.618	2.618	4.235
	55	0.018	0.03636	0.0545	0.0909	0.1455	0.230	0.382	0.618	1.000	1.618	2.618
	89	0.011236	0.02247	0.0337	0.05618	0.09080	0.140	0.236	0.382	0.618	1.000	1.618
	144	0.006944	0.013889	0.0208	0.0347	0.05556	0.0903	0.1458	0.236	0.382	0.618	1.00

ΧΡΥΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΑ ΣΤΗ ΦΥΣΗ

Ο αριθμός Φ λέγεται και αριθμός της χρυσής τομής, αφού παριστάνει το χωρισμό ευθυγράμμου τμήματος σε μέσο και άκρο λόγο. Στο άρθρο αυτό θα δούμε τη σχέση της ακολουθίας Fibonacci και της χρυσής τομής με τη φύση

Άνθη και φύλλα

Ο αριθμός των πετάλων σε πολλά άνθη τις περισσότερες φορές είναι ένας αριθμός Fibonacci. Ας φέρουμε κάποια παραδείγματα:

1. Τα περισσότερα τριφύλλα έχουν τρία ή πέντε φύλλα ενώ τα τετράφυλλα τριφύλλα είναι πολύ σπάνια όπως λέγει και το τραγούδι.
2. Οι περισσότερες μαργαρίτες έχουν 34, 55 ή 89 πέταλα που είναι αριθμοί Fibonacci.
3. Το άγριο τριαντάφυλλο, η νεραγκούλα, ο καπουτσίνος και η ακουιλέγια εμφανίζονται συνήθως με 5 πέταλα ενώ το αστράκι και η πικραλίδα με 21.
4. Το χρυσάνθεμο έχει συνήθως 34 πέταλα όπως και ο ηλίανθος.

Διακλαδωμένα φυτά

Ο αριθμός των κλάδων που αναπτύσσονται πάνω σε ένα αρχικό κλαδί ακολουθεί συχνά την ακολουθία Fibonacci. Παρατηρείται ότι ένας νεαρός βλαστός χρειάζεται δύο μήνες για να γίνει αρκετά μεγάλος για να αναπτύξει πάνω του νέα διακλάδωση και ακολούθως αναπτύσσει μια νέα διακλάδωση κάθε ένα μήνα. Το ίδιο ισχύει βέβαια και για τα θυγατρικά κλαδιά που αναπτύσσονται.

Η διακλάδωση βέβαια μπορεί να συνεχιστεί μέχρι κάποιο όριο με αυτό το ρυθμό. Αν δεν πιστεύετε ότι αυτό γίνεται στην πράξη παρατηρήστε και θα βρείτε τα δικά σας παραδείγματα χρυσής διακλάδωσης φυτών.

Φυλλοταξία κερασιάς και αριθμοί Φιμπονάτσι

Φυλλοταξία είναι ο κλάδος της Βοτανικής επιστήμης που μελετά την διάταξη των φύλλων πάνω στους βλαστούς. Όπως μας πληροφορεί η Φυλλοταξία λοιπόν, ο φυσικός σχεδιασμός της έκπτυξης των φύλλων στους βλαστούς των

φυτών, ακολουθεί γεωμετρικά και αριθμητικά πρότυπα και εκπτύσσονται κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να μην σκιάζει ένα φύλλο τα κατώτερα του, για την άριστη εκμετάλλευση του ηλιακού φωτός.

Από παρατηρήσεις που ελήφθησαν στο Ινστιτούτο Φυλλοβόλων Δένδρων, σε ετήσιους βλαστούς κερασιάς, διαφόρων ποικιλιών, διαχωρισμένων σε δύο ομάδες με βάση το μήκος τους, σε μικρού μήκους, μέχρι 10 πλήρως εκπτυγμένα φύλλα περίπου και μέσου έως μεγάλου μήκους, με 15 πλήρως εκπτυγμένα φύλλα και άνω παρατηρήθηκαν και στις δύο ομάδες, τα εξής :

α) Τα φύλλα εκπτύσσονται στην ίδια θέση και γωνία, κάθε πέμπτο φύλλο στη σειρά.

β) Η κίνηση σε αριστερόστροφη σπείρα, σε σχέση με τα σημεία έκπτυξης των φύλλων, συμπληρώνει τρεις πλήρεις κύκλους, κάθε πέμπτο φύλλο στη σειρά.

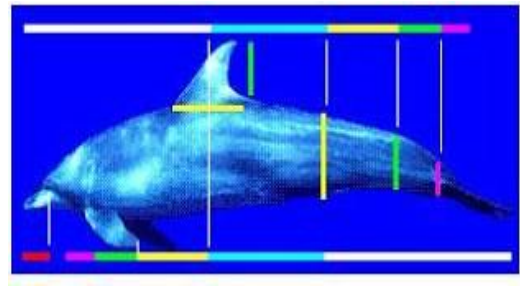
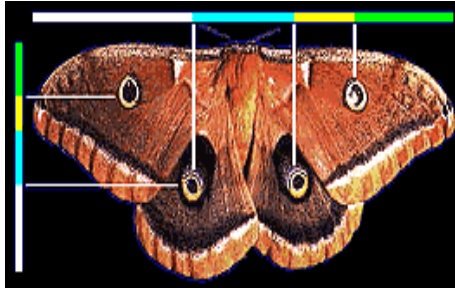
γ) Η κίνηση σε δεξιόστροφη σπείρα, όπως κινούνται οι δείκτες του ρολογιού, σε σχέση με τα σημεία έκπτυξης των φύλλων, συμπληρώνει δύο πλήρεις κύκλους, κάθε πέμπτο φύλλο στη σειρά.



ΧΡΥΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΑ ΣΤΟ ΖΩΙΚΟ ΒΑΣΙΛΕΙΟ

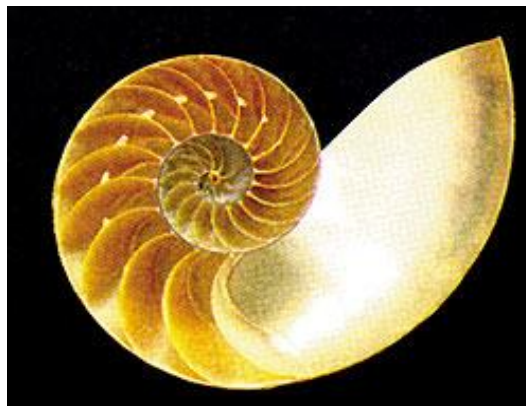
- 1)** Μέλισσες Αν μετρήσουμε τις μέλισσες σε μία κυψέλη οπουδήποτε στον κόσμο, θα παρατηρήσουμε ότι η αναλογία ανάμεσα σε εργάτριες και κηφήνες προσεγγίζει κατά πολύ το Φ . Αυτή είναι μια ανακάλυψη που έγινε το 1966 από τον Νταγκ Γιανέγκα του Μουσείου Έρευνας στην Εντομολογία του Πανεπιστημίου της Καλιφόρνιας.

- 2) Δελφίνια, Πεταλούδες και όχι μόνο Σε θηλαστικά όπως τα δελφίνια, έντομα όπως οι πεταλούδες, αλλά και σε πολλά ζώα, η χρυσή τομή

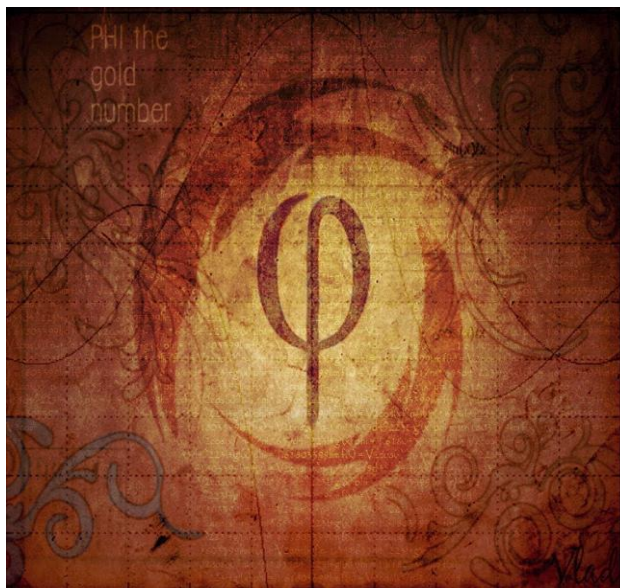


εμφανίζεται επάνω τους με διάφορους τρόπους, όπως φαίνεται στα παρακάτω σχήματα.

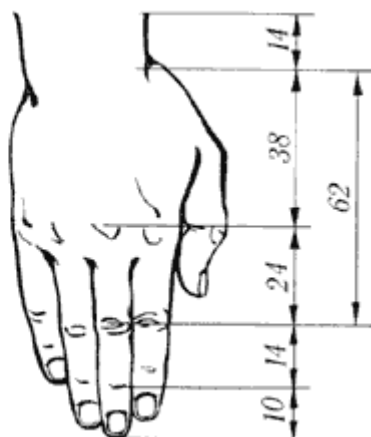
- 3) Όστρακο Ναυτίλος Το χαρακτηριστικότερο ίσως παράδειγμα παρουσίας της χρυσής τομής στο θαλάσσιο κόσμο είναι το όστρακο Ναυτίλος, του οποίου το κέλυφος ακολουθεί τη χρυσή σπείρα.



Ο Χρυσός αριθμός Φ στο ανθρώπινο σώμα

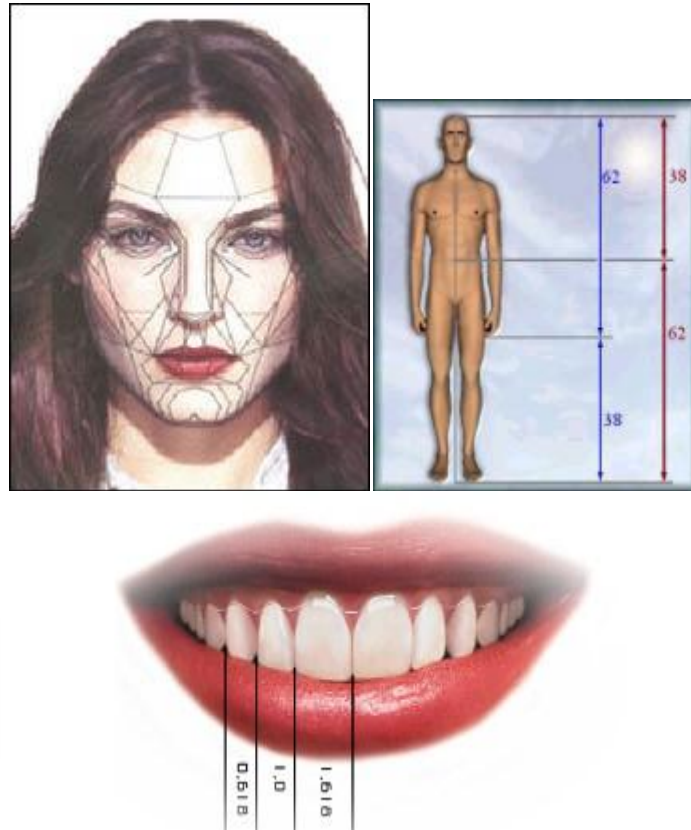


Πως ο Αριθμός Φ σχετίζεται με την τέλεια αρμονία στο πρόσωπο και το σώμα;



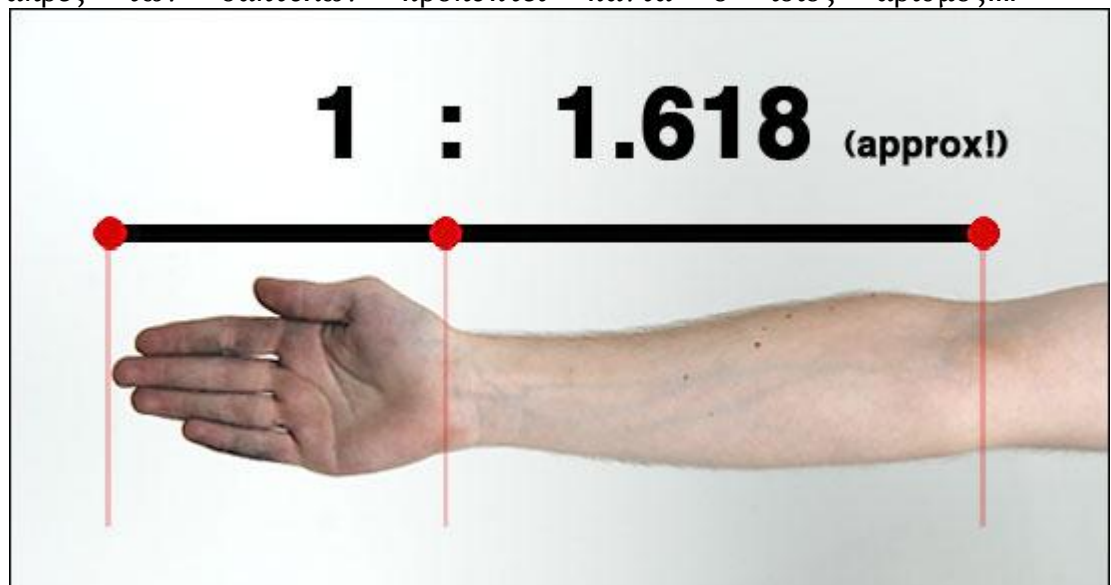
Το ανθρώπινο σώμα έχει δομηθεί και αναπτύσσεται σε αναλογίες Φ. Δεν είναι τυχαίο ότι πολλές «ανατολίτικες θρησκείες» και κινήματα στα πλαίσια της διδασκαλίας τους για διαλογισμό και την «αυτοσυγκέντρωση και στο λεγόμενο «γιόγκα» η στάση του ανθρώπινου σώματος γίνεται κατά αυτό τον τρόπο έτσι ώστε τα «κεντρικά – κομβικά» σημεία του σώματος να βρίσκονται σε αναλογίες Φ.

Ο αριθμός φ βρίσκεται στις διαστάσεις, του σώματος, του προσώπου, των δοντιών, του στόματος, των χειλιών και ακόμη και στο χαμόγελό μας.

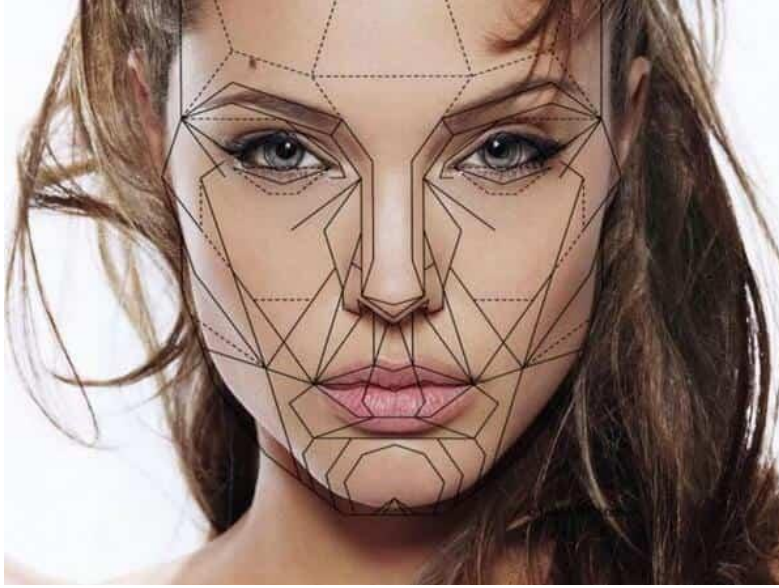


Πότε οι αναλογίες ενός προσώπου ή ενός σώματος, είναι ιδανικές ;

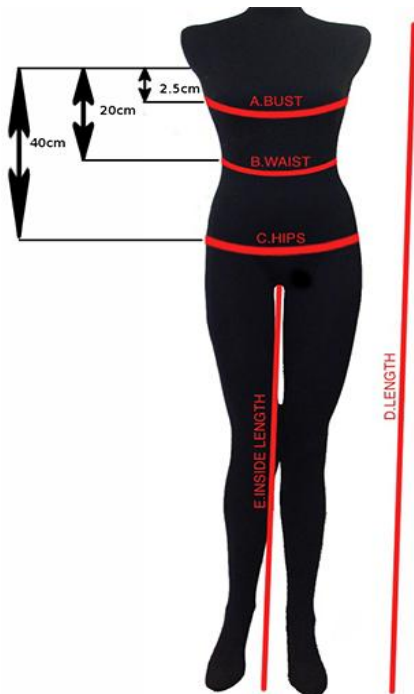
- Αν μετρήσεις την απόσταση από την κορυφή του κεφαλιού μέχρι το πάτωμα και τη διαιρέσεις με την απόσταση από τον αφαλό μέχρι το πάτωμα προκύπτει πάντα ο ίδιος αριθμός....
- Αν μετρήσεις την απόσταση από τον ώμο μέχρι τις άκρες των δακτύλων του χεριού και τη διαιρέσεις με την απόσταση από τον αγκώνα μέχρι τις άκρες των δακτύλων προκύπτει πάντα ο ίδιος αριθμός....



- Αν μετρήσεις την απόσταση από τις ρίζες των μαλλιών μέχρι το πηγούνι και τη διαιρέσεις με την απόσταση από την βάση της μύτης (ανάμεσα από τα μάτια) μέχρι το πηγούνι ή με το πλάτος του προσώπου (από ζυγωματικό σε ζυγωματικό), προκύπτει πάντα ο ίδιος αριθμός....

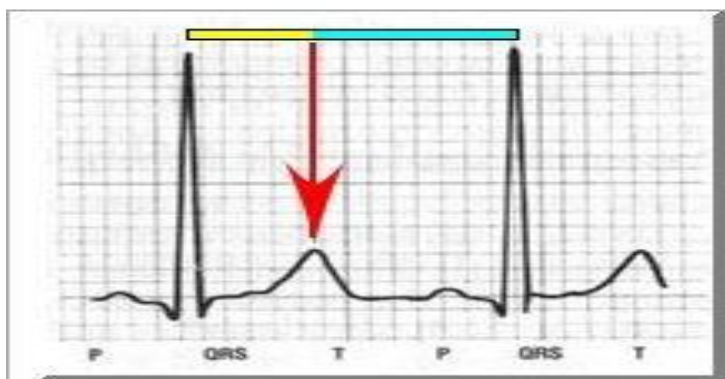


- Αν μετρήσεις την απόσταση από τη μια μεριά των γοφών ως την άλλη και τη διαιρέσεις με την απόσταση από τη μια μεριά της μέσης ως την άλλη προκύπτει πάντα ο ίδιος αριθμός....
- Αν μετρήσεις το πλάτος του στόματος από και το διαιρέσεις με το πλάτος της μύτης προκύπτει πάντα ο ίδιος αριθμός.... ο αριθμός αυτός είναι ο 1,618 ή αλλιώς ο γνωστός χρυσός αριθμός Φ!!!



Ο χρυσός αριθμός φ στο καρδιογράφημα

Στο καρδιογράφημα μπορούμε να επιλέξουμε δύο τμήματα διαφορετικής διάρκειας που αντιστοιχούν στη συστολική (t_1) και τη διαστολική (t_2) καρδιακή δραστηριότητα. Αποδεικνύεται ότι υπάρχει η βέλτιστη («χρυσή») παλμική συχνότητα για τον άνθρωπο αλλά και για άλλα θηλαστικά. Εδώ οι διάρκειες της συστολής, της διαστολής και του πλήρους καρδιακού κύκλου () βρίσκονται σε χρυσή αναλογία: $T : t_2 = t_2 : t_1$ Επομένως, για τον άνθρωπο η «χρυσή συχνότητα» είναι 63 παλμοί το λεπτό. Για τους γιατρούς είναι μία ιδιαίτερα ικανοποιητική ένδειξη όταν το διάστημα μεταξύ δύο οξέων επαρμάτων R διαιρείται σε λόγο χρυσής τομής από ένα έπαρμα T.



Η ανθρώπινη καρδιά χτυπά με περίπου 60 σφυγμούς το λεπτό σε κατάσταση ηρεμίας και με έως και 120 σφυγμούς σε κατάσταση άγχους ή έντονης κίνησης. Η πίεση του αίματος μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια της καρδιακής λειτουργίας. Φθάνει τη μέγιστη τιμή της στην αριστερή καρδιακή κοιλία τη στιγμή της συστολής. Στις αρτηρίες κατά τη διάρκεια της κοιλιακής συστολής η πίεση του αίματος φθάνει τη μέγιστη τιμή των 115-125 mm στήλης υδραργύρου. Τη στιγμή της χαλάρωσης του καρδιακού μυός (διαστολή) η πίεση μειώνεται μέχρι τα 70-80 mm στήλης υδραργύρου. Ο λόγος της μέγιστης προς την ελάχιστη πίεση ισούται κατά μέσο όρο με 1,6, δηλαδή, πολύ κοντά στη χρυσή αναλογία. Είναι αυτή η σύμπτωση τυχαία ή μήπως απεικονίζει κάποια αντικειμενική κανονικότητα της αρμονικής οργάνωσης της καρδιακής δραστηριότητας; Η καρδιά χτυπά συνεχώς από τη στιγμή της γέννησης του ανθρώπου ως τη στιγμή του θανάτου του και η δραστηριότητά της πρέπει να είναι η βέλτιστη και να υπόκειται στους νόμους αυτοοργάνωσης των βιολογικών συστημάτων. Και καθώς η χρυσή αναλογία είναι ένα από τα κριτήρια των αυτόοργανωμένων συστημάτων μπορούμε φυσικά να υποπτευθούμε ότι η καρδιακή λειτουργία υπόκειται στο νόμο της χρυσής τομής. (κόκκινο βέλος στο διάγραμμα) .

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- http://athamastos.blogspot.com/2012/11/blog-post_4.html<http://users.sch.gr/theoj/etwin/fibonacci/xrisi.htm>
- http://www.akida.info/index.php?option=com_content&view=article&id=1650%3A
- https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A7%CF%81%CF%85%CF%83%CE%AE_%CF%84%CE%BF%CE%BC%CE%AE
- <https://www.slideshare.net/magieA/ss-46645441>
- https://www.pronews.gr/istoria/394060_i-hrysi-tomi-f-otan-me-tin-tehni-kai-tin-epistimi-i-arhaia-ellada-aggizei-theio
- <https://slideplayer.gr/slide/3150473/>
- https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%86%CE%BD%CE%B8%CF%81%CF%89%CF%80%CE%BF%CF%82_%CF%84%CE%BF%CF%85_%CE%92%CE%B9%CF%84%CF%81%CE%BF%CF%8D%CE%B2%CE%B9%CE%BF%CF%85
- https://www.google.gr/search?q=%CE%BF+%CE%B1%CE%BD%CE%B8%CF%81%CF%89%CF%80%CE%BF%CF%82+%CF%84%CE%BF%CF%85+%CE%B2%CE%B9%CF%84%CF%81%CE%BF%CF%85%CE%B2%CE%B9%CE%BF%CF%85&safe=strict&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwifoPvW7-LeAhVGBywKHYunBBoQ_AUIDigB&biw=1024&bih=628#imgsrc=XqGy3io m0rQV7M:
- https://www.google.gr/search?safe=strict&biw=1024&bih=628&tbm=isch&sa=1&ei=ffHzW5azGcWUsAGXzaS4DA&q=%CF%87%CF%81%CF%85%CF%83%CE%B7+%CF%84%CE%BF%CE%BC%CE%B7+%CF%83%CF%84%CE%B7%CE%BD+%CF%84%CE%B5%CF%87%CE%BD%CE%B7&oq=%CF%87%CF%81%CF%85%CF%83%CE%B7+%CF%84%CE%BF%CE%BC%CE%B7+%CF%83%CF%84%CE%B7%CE%BD+%CF%84%CE%B5%CF%87%CE%BD%CE%B7&gs_l=img.3...3314.6855..7816...0.0..0.184.2192.0j16.....0....1..gws-wiz-img.OGxK-RonQ6c#imgsrc=vl8zVMpBAwpFQM:
-